

Προχωρημένες Τεχνικές  
Ανάλυσης  
Χρονολογικών Σειρών

---

2007

---

**Δ. ΝΙΚΗΦΟΡΙΔΟΥ**  
ΜΕΣ/06009  
**Α. ΣΑΡΡΗ**  
ΜΕΣ/06002

**Δ. ΑΝΑΜΟΥΡΟΓΛΟΥ**  
ΜΕΣ/06016  
**Μ. ΠΑΡΖΑΚΩΝΗΣ**  
ΜΕΣ/06015

---

## Κεφάλαιο 0

### Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η διερεύνηση του παράδοξου του Fisher με την επιλογή των κατάλληλων εκτιμητών. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας βραχυχρόνια επιτόκια από 3 χώρες (Βέλγιο, Ιρλανδία, Ολλανδία) καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα επιτόκια κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με τον πληθωρισμό. Σε περιπτώσεις όπου το παράδοξο του Fisher δεν έχει εφαρμογή, αυτό έχει σχέση με τις μεθόδους εκτίμησης των εκτιμητών. Και όπως διαπιστώνεται οι πιο αποτελεσματικοί μέθοδοι εκτίμησης είναι οι Autoregressive Distributed Lag (ADL) και οι Johansen's (JOH).

Επίσης, με βάση τη βιβλιογραφία το παράδοξο του Fisher έχει σχέση με το βαθμό ανταπόκρισης των επιτοκίων στις αλλαγές του πληθωρισμού.

Έχει διαπιστωθεί ότι η σταθερότητα του ρυθμού των πραγματικών επιτοκίων έχει μερικές σημαντικές συνέπειες. Σύμφωνα, με το υπόδειγμα αποτίμησης των καταναλωτικών στοιχείων το πραγματικό επιτόκιο πρέπει να ακολουθεί την ανάπτυξη της κατανάλωσης η οποία είναι σταθερή μεταβλητή.

Όταν εφαρμόζουμε μεθόδους συνολοκλήρωσης αρκετά προβλήματα παρουσιάζονται όπως για παράδειγμα η μικρή ισχύς των test συνολοκλήρωσης όταν έχουμε μικρά δείγματα.

Οι συγγραφείς υποστηρίζουν ότι οι οικονομολόγοι έχουν καταλήξει σε διαφορετικά συμπεράσματα όσον αφορά την σχέση μεταξύ πληθωρισμού και επιτοκίων λόγω των διαφορετικών ιδιοτήτων της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (OLS), της δυναμικής μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (DOLS) και της μεθόδου των εκτιμητών μεγίστης πιθανοφάνειας του Johansens (JOH). Το 2004 οι Caporale και Πιττής απέδειξαν ότι οι μέθοδοι OLS και Fully Modified Least Squares (FMLS) είναι οι λιγότερο αποτελεσματικές σε μικρά δείγματα αφού η μη ικανότητα των εκτιμητών να παράγουν αποτελεσματικές εκτιμήσεις είναι υπεύθυνη για την απόρριψη της υπόθεσης του Fisher. Συνεπώς, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι όταν επιλέγουμε τους εκτιμητές με τις καλύτερες ιδιότητες τότε η ισχύς του test του Fisher είναι μεγάλη.

Στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιούμε βραχυχρόνια και μακροχρόνια επιτόκια από 3 χώρες (Βέλγιο, Ιρλανδία, Ολλανδία) και προσπαθούμε να εντοπίσουμε την σχέση τους με τον πληθωρισμό. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε ποικιλία από ασυμπτωτικούς εκτιμητές συνολοκλήρωσης με σκοπό να εξηγήσουμε το παράδοξο του Fisher επιλέγοντας εκτιμητές με τις καλύτερες ιδιότητες. Συγκεκριμένα, εστιάζουμε σε δύο τύπους εκτιμητών συνολοκλήρωσης οι οποίοι εμφανίζονται σε Hendry – Style Autoregressive Distributed Lag (ADL) μοντέλα. Ο πρώτος τύπος αναφέρεται στον εκτιμητή DOLS ο οποίος προκύπτει από μία στατική εξίσωση συνολοκλήρωσης αυξημένη από τις τρέχουσες και παλιές τιμές των πρώτων διαφορών των μεταβλητών. Ο δεύτερος τύπος δηλαδή ο εκτιμητής ADL βασίζεται στην προβολή του σφάλματος συνολοκλήρωσης στο σετ δεδομένων και πιο συγκεκριμένα, στις τρέχουσες και παλιές τιμές των πρώτων διαφορών των μεταβλητών επαυξημένες με τις παλιές τιμές του σφάλματος συνολοκλήρωσης. Όπως απέδειξαν το 2004 οι Πανοπούλου και Πιττής ο εκτιμητής ADL, ο οποίος χρησιμοποιεί την ακριβή προβολή του σφάλματος συνολοκλήρωσης σε ολόκληρο το πληροφοριακό υλικό, προσφέρει καλύτερο πλαίσιο για εκτίμηση του διανύσματος συνολοκλήρωσης από τον εκτιμητή DOLS, ο οποίος χρησιμοποιεί την προσεγγιστική προβολή του σφάλματος συνολοκλήρωσης.

Τέλος για λόγους σύγκρισης μεταξύ των μεθόδων εκτίμησης, στην ανάλυση μας περιλαμβάνονται και άλλοι εκτιμητές συνολοκλήρωσης όπως για παράδειγμα ο OLS, ο ημιπαραμετρικός εκτιμητής των Phillips και Hansen (FMLS, 1990) και ο εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας του Johansens (1988, 1991).

### Σχεδιάγραμμα της Εργασίας

- Στην παρούσα εργασία το πρώτο μέρος αποτελεί εισαγωγή για το παράδοξο του Fisher.
- Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει μία αναφορά στο αποτέλεσμα του Fisher και στην εξίσωση του Fisher.
- Το τρίτο μέρος περιλαμβάνει την οικονομετρική μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιείται στα δεδομένα μας.
- Στο τέταρτο μέρος παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις της εξίσωσης του Fisher με βάση τους εκτιμητές ADL και DOLS, συμπεριλαμβανομένου και των εκτιμητών OLS, FMLS και JOH.
- Στο πέμπτο μέρος συνοψίζονται τα αποτελέσματα της μελέτης για τις χώρες Βέλγιο, Ιρλανδία και Ολλανδία.

---

## Συντομη Βιβλιογραφικη Αναφορα

Τα πραγματικά επιτόκια χωρίζονται σε *ex ante* και *ex post* πραγματικά επιτόκια.

$$\text{Ex ante } r = i - \pi^e$$

(δηλ. καθορίζεται ο πληθωρισμός εκ των προτέρων)

$$\text{Ex post } r = i - \pi$$

Έτσι αν  $\pi$  και  $\pi^e$  διαφέρουν, τότε διαφέρει και η εκτίμηση που έχουμε για τα πραγματικά επιτόκια.

Τα *ex ante* πραγματικά επιτόκια φαίνεται να αποτελούν μεταβλητές κλειδιά σε επενδυτικές-αποταμιευτικές αποφάσεις και σε περιπτώσεις καθορισμού τιμών περιουσιακών στοιχείων. Η μακροχρόνια συμπεριφορά τους συχνά αναλύεται στα πλαίσια του αποτελέσματος Fisher, συνδέοντας τους ονομαστικούς δείκτες επιτοκίων με τον αναμενόμενο πληθωρισμό σε μία σχέση 1:1. Η σημαντικότητα αυτής της ρυθμιστικής διαδικασίας προκύπτει από το γεγονός ότι συνεχείς εκρήξεις του πληθωρισμού ή των ονομαστικών επιτοκίων δεν θα πρέπει να μεταφράζονται ως συνεχείς αναταραχές των πραγματικών επιτοκίων, το οποίο θα αποτελούσε πρόβλημα στα πλαίσια των *intertemporal asset pricing model*.

Παρόλο που εμπειρικά δεδομένα δεν υποστηρίζουν το αποτέλεσμα Fisher, πολλές δημοσιεύσεις έδειξαν ότι ο συντελεστής κλίσης σε μία παλινδρόμηση μεταξύ πληθωρισμού και ονομαστικών επιτοκίων είναι σημαντικά διαφορετικός της μονάδας, τουλάχιστον σε συγκεκριμένες περιόδους (βλ. Mishkin (1992) και Evans & Lewis (1995)).

Τυπικά, το αποτέλεσμα Fisher εκφράζεται ως εξής:

$${}_t m = \pi_t^e m + r_t^e m$$

όπου:

${}_t m$  είναι το ονομαστικό επιτόκιο της  $m$ -περιόδου στο χρόνο  $t$

$\pi_t^e m$  δηλώνει τον αναμενόμενο δείκτη πληθωρισμού από τη χρονική στιγμή  $t$  στην  $t+m$

$r_t^e m$  είναι το *ex ante* πραγματικό επιτόκιο

Υποθέτοντας ορθολογικές προσδοκίες, ο πραγματικός πληθωρισμός συνδέεται με τον αναμενόμενο με την παρακάτω σχέση:

$$\pi_t m = \pi_t^e m + e_t$$

όπου  $e_t$  είναι μία διαδικασία λευκού θορύβου.

Αν επίσης θεωρήσουμε ότι το πραγματικό επιτόκιο είναι μία διαδικασία λευκού θορύβου με μέσο  $r$ , μπορούμε να κάνουμε έλεγχο για το αποτέλεσμα Fisher στα πλαίσια της ακόλουθης παλινδρόμησης:

$${}_t m = r + \theta \pi_t m + v_t$$

Η μηδενική υπόθεση (συμβολικά  $H_F$ ) είναι:

$$H_F = \text{Η υπόθεση Fisher ισχύει} \Leftrightarrow \text{(i) } v_t \text{ είναι } I(0) \text{ και (ii) } \theta=1$$

Η πρώτη συνθήκη, δηλαδή η συνθήκη ότι  ${}_t m$  και  $\pi_t m$  είναι συνολοκληρωμένες διαδικασίες αποδεικνύεται από εμπειρικά δεδομένα. Στη δεύτερη συνθήκη οι εκτιμήσεις του  $\theta$  διαφέρουν σημαντικά από την μονάδα, οδηγώντας έτσι στο παράδοξο του αποτελέσματος Fisher.

Ο Mishkin (1992) ήταν ένας από τους πρώτους που πρότεινε ότι πιθανή αιτία του χαμηλού αποτελέσματος Fisher είναι η νόθα παλινδρόμηση κατά τους Granger & Newbold (1974). Ορθά επισήμανε ότι η σχέση Fisher θα πρέπει να αντιμετωπίζεται στα πλαίσια ενός συνολοκληρωμένου συστήματος. Ο ίδιος χρησιμοποίησε την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (OLS) για να εκτιμήσει το αποτέλεσμα Fisher, αλλά δεν οδηγήθηκε σε ισχυρά συμπεράσματα λόγω των υψηλών τυπικών αποκλίσεων των εκτιμώμενων παραμέτρων.

Μεταγενέστερες έρευνες χρησιμοποίησαν αποτελεσματικότερες μεθόδους και βρήκαν υποστήριξη στις Η.Π.Α.. Οι Evans & Lewis (1995) χρησιμοποίησαν DOLS εκτιμητές, ενώ οι Crowder & Hoffman JOH εκτιμητές. Οι τελευταίοι επίσης πρότειναν ότι η επιλογή του εκτιμητή ίσως είναι σημαντική λόγω των αντιφατικών αποτελεσμάτων που προέκυπταν στις εργασίες που είχαν δημοσιευθεί μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή (1996).

Πρόσφατα, οι Atkins & Coe (2002) απέδειξαν την μακροχρόνια εφαρμογή του αποτελέσματος Fisher στα δεδομένα των χωρών του Καναδά και των Η.Π.Α., χρησιμοποιώντας διάφορες κατηγορίες επιτοκίων και τα όρια του ARDL test κατά τον Perasan (2001).

Οι Fahmy & Kandil (2003) επιβεβαίωσαν ότι πληθωρισμός και επιτόκια εμφανίζουν μακροχρόνια κοινή τάση 1:1. Η έρευνά τους περιλάμβανε εκτός από τον Καναδά και τις Η.Π.Α., την Γερμανία και την Ελβετία.

Οι Caporale & Πιττής χρησιμοποίησαν όλους τους single-equation εκτιμητές και εξέτασαν τότε

- διαφορές στην εκτίμηση του  $\theta$  μπορούν να αποδοθούν σε μεροληψία μικρών δειγμάτων
- απορρίψεις της μηδενικής υπόθεσης αντικατοπτρίζουν τη χρήση ασυμπτωτικών κριτικών τιμών παρά εμπειρικών.

Βρήκαν στοιχεία υπέρ και των δύο υποθέσεων, το οποίο σημαίνει ότι η υπόθεση του αποτελέσματος Fisher ισχύει ακόμη και όταν χρησιμοποιούνται λιγότερο αποτελεσματικοί εκτιμητές. Επιλέγοντας τον εκτιμητή με το μικρότερο bias και shift στην κατανομή της συσχετισμένης στατιστικής  $t$ , χρήσιμα συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν. Παρόλα αυτά, η έρευνά τους περιορίστηκε αποκλειστικά στις Η.Π.Α., χώρα στην οποία βρίσκεται υποστήριξη η υπόθεση Fisher.

Στοιχεία για την σχέση πληθωρισμού και ονομαστικών επιτοκίων προέκυψαν επίσης και σε πολλές βιομηχανικές χώρες. Ο έλεγχος της ισχύς του αποτελέσματος Fisher σε παγκόσμια κλίμακα είναι αρκετά σημαντικός, καθώς απαραίτητη συνθήκη της ισότητας των πραγματικών επιτοκίων διεθνώς είναι η ισχύς της σχέσης Fisher σε κάθε χώρα ξεχωριστά. Ο Rose (1998) πραγματοποίησε την έρευνά του λαμβάνοντας υπόψη 18 χώρες. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο πληθωρισμός δεν φαίνεται να έχει μοναδιαία ρίζα, σε αντίθεση με τα ονομαστικά επιτόκια. Οι Κούτσας και Σερλέτης εξέτασαν την περίπτωση 10 βιομηχανικών χωρών υποθέτοντας ότι οι συνθήκες για σημαντικό αποτέλεσμα Fisher ισχύουν. Παρόλα αυτά δεν μπόρεσαν να παραθέσουν ισχυρά στοιχεία τα οποία να υποστηρίζουν την  $H_F$ , δηλαδή να θέσουν έναν κοινό εκτιμητή.

## Μεθοδολογία Ανάλυσης

### Η Έννοια της Συνολοκλήρωσης

Δυο  $I(1)$  χρονοσειρές είναι συνολοκληρώσιμες αν υπάρχει ένας γραμμικός συνδυασμός που είναι  $I(0)$ , δηλ. στάσιμος. Η ιδέα είναι ότι παρόλο που η κάθε μια μεταβλητή είναι μη-στάσιμη, υπάρχει μια μακροπρόθεσμη (μακροχρόνια) σχέση “ισορροπίας”, ή διαφορετικά, ένα σύνολο μη στάσιμων χρονοσειρών λέμε ότι είναι συνολοκληρωμένο αν και μόνο αν υπάρχει ένας γραμμικός συνδυασμός των χρονοσειρών, ο οποίος είναι στάσιμος. Ο γραμμικός αυτός συνδυασμός των χρονικών σειρών ονομάζεται εξίσωση συνολοκλήρωσης. Η εξίσωση αυτή παριστά την μακροχρόνια σχέση ισορροπίας

Η Ανάλυση δεδομένων προϋποθέτει τον έλεγχο για στασιμότητα και τάξη ολοκλήρωσης των χρονολογικών σειρών και σε δεύτερη φάση πραγματοποιείται και ο έλεγχος για στην ύπαρξη συνολοκλήρωσης των χρονολογικών σειρών, δηλαδή για την ύπαρξη μακροχρόνιας σχέσης μεταξύ τους. Διερευνάται δηλαδή αρχικά το αν οι χρονολογικές σειρές είναι στάσιμες  $I(0)$  και εφόσον διαπιστωθεί ότι έχουν μοναδιαία ρίζα, το κατά πόσο είναι στάσιμες οι πρώτες διαφορές τους, δηλαδή ισχύει ότι  $I(1)$ . Κατόπιν, όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, ο έλεγχος συνολοκλήρωσης.

Ο έλεγχος για την συνολοκλήρωση προϋποθέτει τον έλεγχο για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας για κάθε μεταβλητή του υποδείγματος, χρησιμοποιώντας τον έλεγχο Dickey-Fuller (ADF) ως εξής:

$$\Delta X_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 X_{t-1} + \sum a_i \Delta X_{t-i} + u_t$$

όπου ο όρος  $\Delta X_{t-1}$  εκφράζει τις πρώτες διαφορές με  $k$  χρονικές υστερήσεις και η  $u_t$  προσαρμόζει τα λάθη της αυτοσυσχέτισης. Η μηδενική υπόθεση για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας είναι  $H_0: \delta_2=0$  έναντι της  $H_1: \delta_2 < 0$ .

Αφού διαπιστωθεί ότι οι μεταβλητές είναι ολοκληρωμένες της ίδιας τάξης εκτελείται ο έλεγχος για την συνολοκλήρωση όπου

$H_0$ : δεν υπάρχει συνολοκλήρωση έναντι της  $H_1$ : υπάρχει συνολοκλήρωση, χρησιμοποιώντας έναν από τους ακόλουθους εκτιμητές :

- ADL (Αυτοπαλίνδρομος Καταμεμιθείσων Υστερήσεων)
- AADL (Επαυξημένος Αυτοπαλίνδρομος Καταμεμιθείσων Υστερήσεων)
- OLS (Απλός Εκτιμητής Ελαχίστων Τετραγώνων)
- DOLS (Δυναμικός Ελαχίστων Τετραγώνων)
- DGLS (Δυναμικός Γενικευμένος Ελαχίστων Τετραγώνων)
- FMLS (Fully Modified Least Squares)
- JOH (Εκτιμητής Μέγιστης Πιθανοφάνειας του JOHansen)

στους οποίους θα αναφερθούμε λεπτομερώς παρακάτω.

Από τους παραπάνω εκτιμητές, χρησιμοποιείται ευρύτατα ο εκτιμητής ADL, ενώ ο DOLS παρά το γεγονός ότι υπερέρχει σε ορισμένα θέματα, χρησιμοποιείται λιγότερο σε εμπειρικές εφαρμογές. Επιπλέον ο Εκτιμητής Μέγιστης Πιθανοφάνειας του Johansen, χρησιμοποιείται όταν έχουμε έναν μεγάλο αριθμό χρονικών υστερήσεων.

Προτού να γίνει αναφορά στους παρακάτω εκτιμητές αξίζει να τονιστεί ότι οι παραπάνω εκτιμητές είναι κατά κύριο λόγο ασυμπτωτικά αποτελεσματικοί δεδομένου ότι ισχύουν οι επαρκείς και αναγκαίοι όροι του FCLT.

---

## Στατιστική Μεθοδολογία

Χρησιμοποιώντας την επόμενη αναπαράσταση των μεταβλητών του επιτοκίου και του πληθωρισμού θα οδηγηθούμε στην εκτίμηση της υπόθεσης του Fisher

$$\begin{cases} Y_t = \Theta X_t + u_{1t} \\ \Delta X_t = u_{2t} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t-1} \\ u_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix}$$

,όπου

$$\begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix} \sim N_2 \left( \mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$$

Επίσης,  $W$  είναι ο πίνακας μακροχρόνιων διακυμάνσεων που δίνεται από τον τύπο

$$W = I - M^{-1} \Sigma (I - M^T)^{-1} \\ \Delta = V (I - M^T)^{-1}$$

που χρειάζονται για να καθοριστούν οι ασυμπτωτικοί παράμετροι ενόχλησης.

---

## Σχετικά με τους εκτιμητές

### OLS (Απλός Εκτιμητής Ελαχίστων Τετραγώνων)

- Προκύπτει από την εξίσωση  $Y_t = \vartheta X_t + u_t$

### JOH (Εκτιμητής Μέγιστης Πιθανοφάνειας του Johansen)

Ο εκτιμητής αυτός, παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Στηρίζεται σε ένα διανυσματικό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο
- Η τάξη του εκτιμητή αντιστοιχεί στις υστερήσεις του μοντέλου
- Προκειμένου να εφαρμοστεί, απαιτείται ένας ικανός αριθμός χρονικών υστερήσεων
- Βασίζεται στον υπολογισμό του στατιστικού ελέγχου LR (Likelihood Ratio)
- Είναι ασυμπτωτικά ιδανικός στα πλαίσια ενός κανονικού διανυσματικού αυτοπαλίνδρομου μοντέλου.

### DOLS (Δυναμικός Ελαχίστων Τετραγώνων)

- Προτάθηκε από τους Saikkonen (1991), Phillips και Loretan (1991) και Stock και Watson (1993).
- Συνδέεται με τον απλό εκτιμητή Ελαχίστων Τετραγώνων.
- Προκύπτει αν στην παραπάνω εξίσωση  $Y_t = \Theta X_t + u_{1t}$ , προσθέσουμε τις υστερήσεις και τις μελλοντικές τιμές της πρώτης διαφοράς της ανεξάρτητης, και δίνεται

$$\text{από τον τύπο } Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{p-1} \Delta X_{t-i} \gamma_i + \sum_{j=1}^{t-1} d_j \Delta X_{t+j} + u_t$$

- Εκτιμά άμεσα την σχέση συνολοκλήρωσης
- Σε περίπτωση αυτοσυσχέτισης του  $u_t$ , δεν δημιουργούνται προβλήματα στην εκτίμηση του  $\Theta$ , με την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιείται, εκτιμάται η μακροχρόνια διακύμανση του  $u_t$  **συνεπώς**, σύμφωνα με τους Newey και West.

#### ADL (Αυτοπαλίνδρομος Καταμεθεισών Υστερήσεων)

- Στηρίζεται στο μοντέλο ADL(q,r) :  $Y_t = \sum_{i=0}^q X_{t-i}a_i + \sum_{j=1}^r b_j Y_{t-j} + v_t$
- Είναι εύκολος στην εφαρμογή και εύχρηστος, για την εκτίμηση του  $\Theta$ .
- Μετασχηματίζοντας το ADL(q,r) ως έξης:
- $Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{q-1} \Delta X_{t-i} a_i + \sum_{j=1}^{r-1} b_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t$  (Bewley), μπορούμε να εκτιμήσουμε άμεσα και εύκολα όπως προαναφέρθηκε, την παράμετρο  $\Theta$  και το τυπικό σφάλμα, τα οποία εκτιμώνται επίσης με τον πίνακα των ανεξάρτητων σαν βοηθητικές μεταβλητές και τον εκτιμητή *Βοηθητικών Μεταβλητών* (Instrumental Variables, Wickens & Breusch)
- Χρησιμοποιώντας την μέθοδο που πρότεινε ο Bewley (1979), προκύπτει
- άμεσα η σημειακή εκτίμηση του  $\Theta$  και της διακύμανσης του.

Οι εκτιμητές ADL και DOLS συμπίπτουν, είναι ισότιμοι όταν στην αρχική εξίσωση  $Y_t = \vartheta X_t + u_t$ , δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση του σφάλματος, κάτι το οποίο δεν είναι πιθανόν να συμβεί σε μακροοικονομικές εφαρμογές.

#### AADL(Επαυξημένος Αυτοπαλίνδρομος Καταμεθεισών Υστερήσεων)

- Δίνεται από τον τύπο :
- $$Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{q-1} \Delta X_{t-i} a_i + \sum_{j=1}^{r-1} b_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{k=1}^{s-1} c_k \Delta X_{t+k} + \varepsilon_t$$
- Ο εκτιμητής προκύπτει όπως και στον ADL (Αυτοπαλίνδρομος Καταμεθεισών Υστερήσεων) μόνο που ο ADL προσαυξάνεται με τις μελλοντικές τιμές της μεταβλητής  $X$ , με την προσαυξηση αυτή, εξαλείφονται τα ασυμπτωτικά σφάλματα δεύτερης τάξης και αποκαθίσταται η υπερ εξωγένεια.
  - Μπορούμε να εκτιμήσουμε άμεσα όπως και με τον εκτιμητή ADL, την παράμετρο  $\Theta$  και το τυπικό σφάλμα.

#### DGLS (Δυναμικός Γενικευμένος Ελαχίστων Τετραγώνων)

- Προτάθηκε από τους Stock και Watson (1993).
  - Είναι ο εκτιμητής Γενικευμένων Ελαχίστων Τετραγώνων, που εφαρμόζεται στην
- $$Y_t = \Theta X_t + \sum_{i=1}^{p-1} \Delta X_{t-i} \gamma_i + \sum_{j=1}^{t-1} d_j \Delta X_{t+j} + u_t.$$
- Αξίζει να αναφερθεί ότι στην παραπάνω εξίσωση το σφάλμα της παλινδρόμησης είναι μια αυτοπαλίνδρομη AR(1).

#### FMLS (Fully Modified Least Squares)

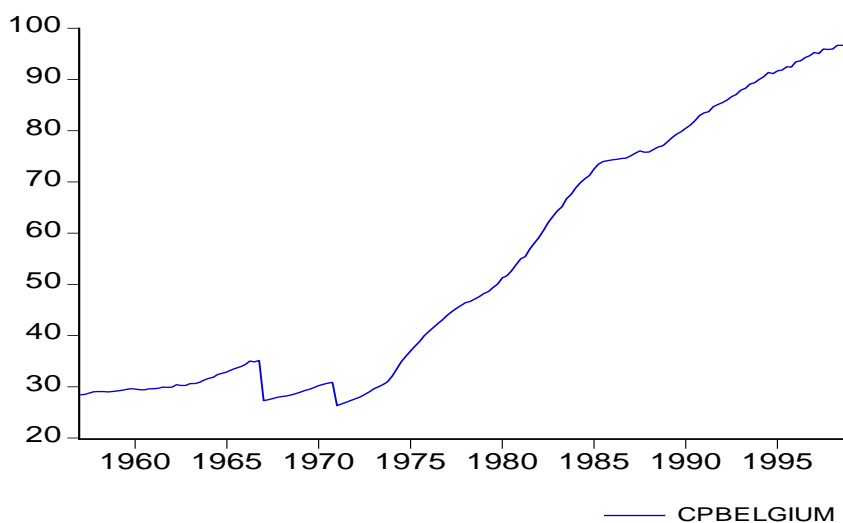
- Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τους Phillips και Hansen (1990).
- Εισάγουν ημι-παραμετρικές διορθώσεις για τις επιδράσεις της μακροχρόνιας συσχέτισης και ενδογένειας.
- Ο εκτιμητής δίνεται από τον τύπο  $\Theta = (X'X)^{-1}(X'Y^+ - T\delta^+)$  όπου  $X$ =πίνακας με τις παρατηρήσεις της μεταβλητής  $X$

- Βασίζεται στην συνεπή εκτίμηση των πινάκων  $\Omega$  (πίνακας μακροχρόνιων διακυμάνσεων) και  $\Delta$ , όπως καθορίστηκαν παραπάνω και στον καθορισμό του bandwidth και του πυρήνα τετραγωνικού φάσματος (Quadratic Spectral Kernel). Η bandwidth παράμετρος ονομάζεται  $S_T$  και η ιδανική καθορίζεται από τον εξής τύπο:  $S_T = 1,3221[\alpha(2)T]^{1/5}$ , όπου το  $\alpha(2)$  μπορεί να καθορισθεί όπως προτείνεται από τον Andrews (1991) ή από τους Newey και West.

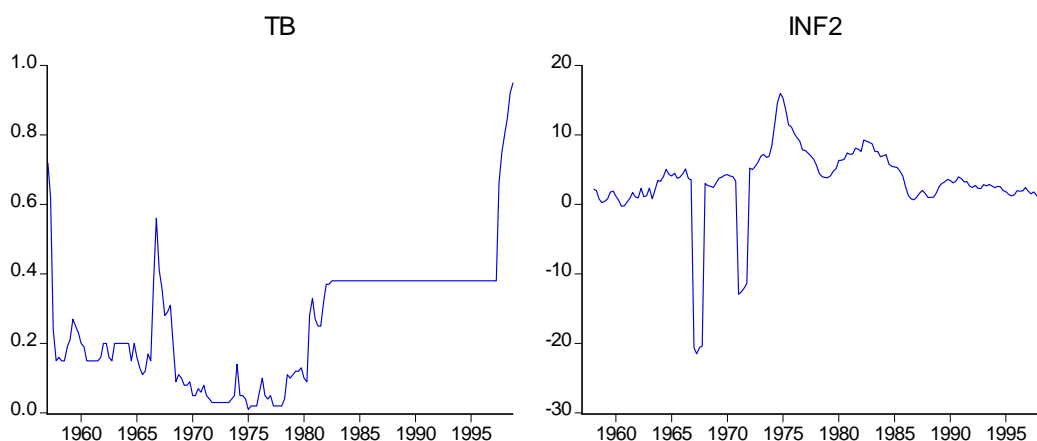
## Διερευνητική Ανάλυση των Δεδομένων

Ας δούμε κάποια (περι)γραφικά σχετικά με τις μεταβλητές του μοντέλου

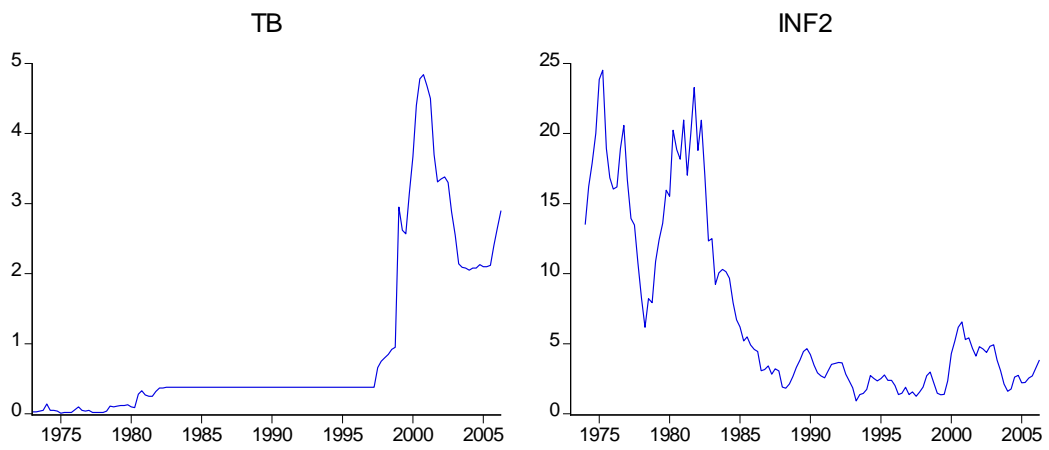
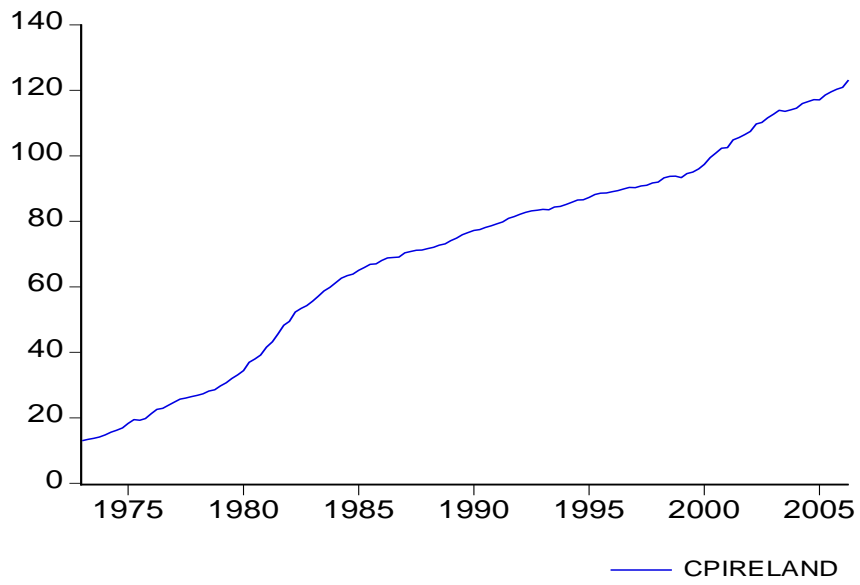
Αρχικά, για το Βέλγιο βλέπουμε ότι ο δείκτης καταναλωσης είναι μια καθαρά μη στάσιμη σειρά



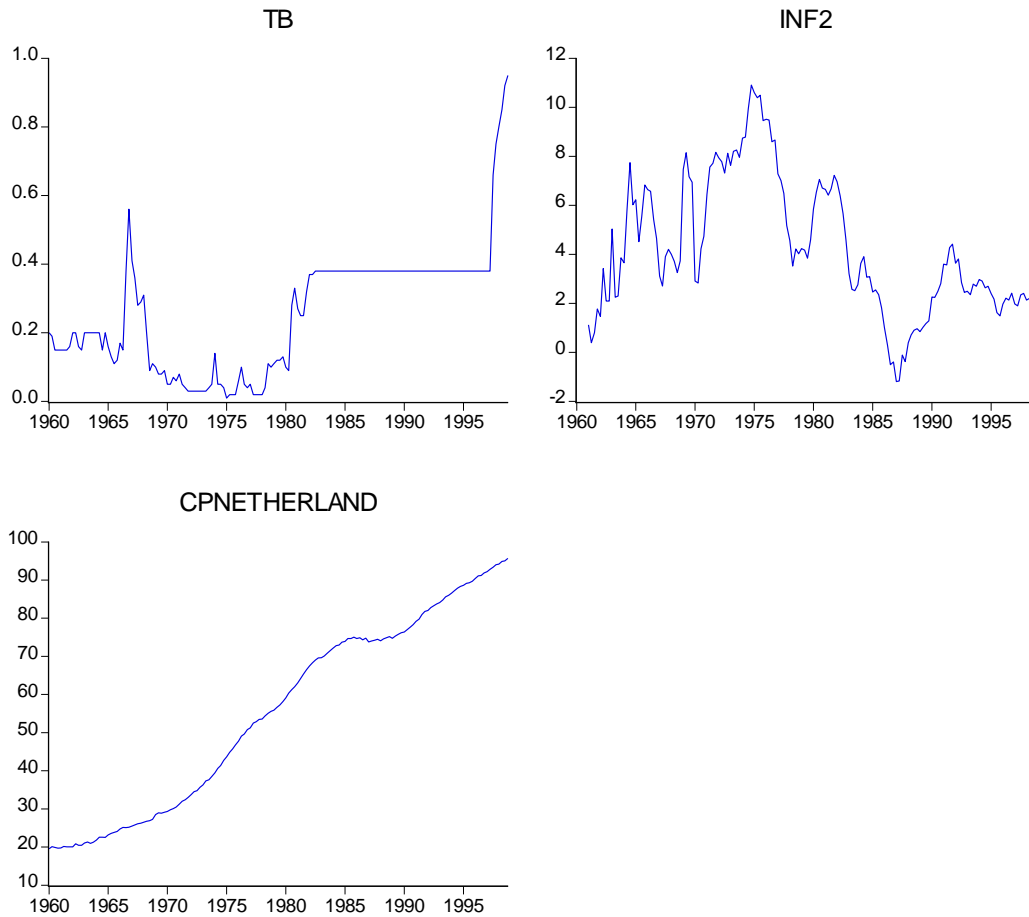
Και στη συνέχεια παρατηρούμε ότι οι δύο μεταβλητές που εισέρχονται ευθέως στο μοντέλο φαίνονται να μην παρουσιάζουν κάποια στάσιμη συμπεριφορά (Αυτό θα το ελέγξουμε και με κάποιο επίσημο test)



Αντίστοιχη συμπεριφορά για την Ιρλανδία,



Και τέλος η Ολλανδία,



Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι τα δύο μέλη του μοντέλου φαίνονται να αποτελούν δύο μη στάσιμες σειρές. Συνεπώς, βοηθούμενοι και από την Οικονομική Θεωρία η οποία μας λέει ότι επιτόκιο και πληθωρισμός συνδέονται μπορούμε να ελέγξουμε για την ύπαρξη σχέσης συνοκλήρωσης ανάμεσα στις δύο αυτές μεταβλητές.

---

## Κεφάλαιο 4

### ΑΝΑΛΥΣΗ

Πρώτο μέλημα μας είναι να διασφαλίσουμε ότι οι δύο σειρές (CP, TB) είναι μη στάσιμες. Ας εφαρμόσουμε το test των Dickey-Fuller

		t	Prob
Βέλγιο	INF <sub>2</sub>	-1.241	.19639
	TB	-.289641	.58303
Ιρλανδία	INF <sub>2</sub>	-2.568104	.104
	TB	.163791	.7321
Ολλανδία	INF <sub>2</sub>	-1.06021	.2602
	TB	1.446404	.9630

Συνεπώς, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι για κάθε χώρα ισχύει η μη στασιμότητα των μεταβλητών.

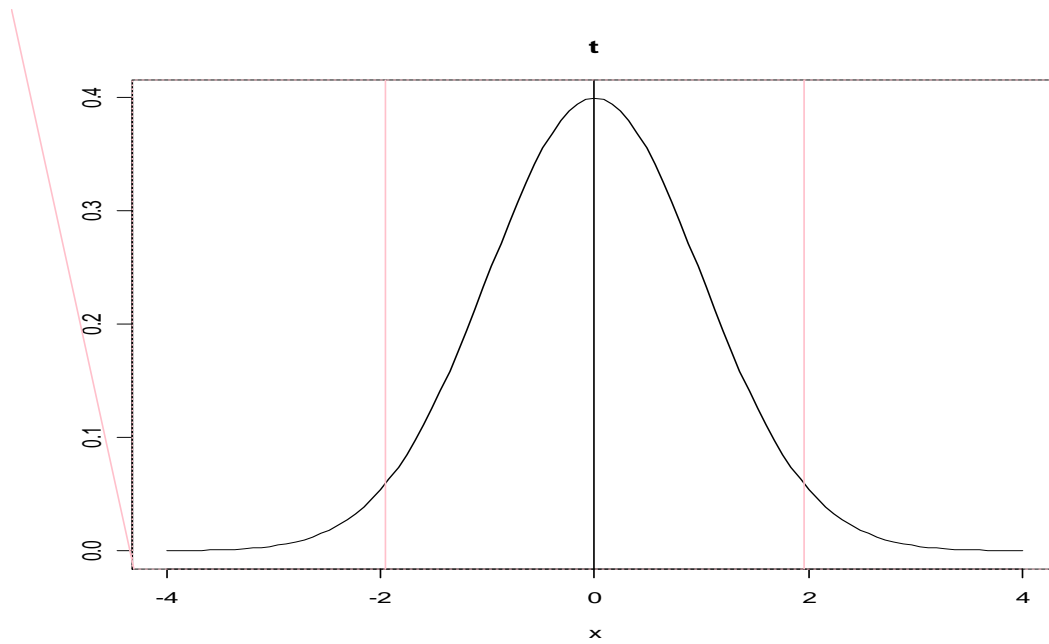
Ας εξετάσουμε τώρα την ύπαρξη συνολοκλήρωσης.

	K	K*
Βέλγιο KPSS	.2042	.2160
Ιρλανδία ADF	-2.816	-2,71
Ολλανδία	-1.96	-1.61

Συνεπώς, οι δύο μεταβλητές είναι συνολοκληρώσιμες και για τις τρεις χώρες.

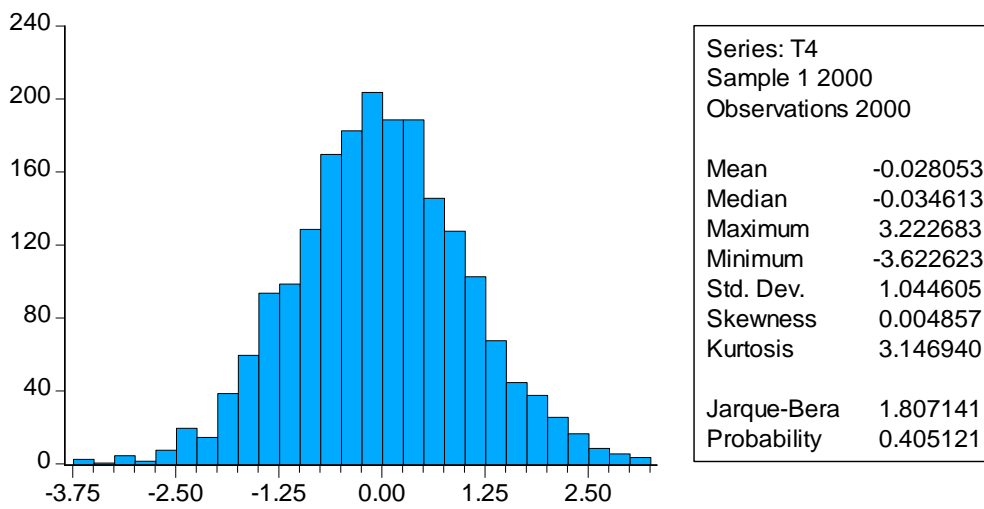
Τώρα μπορούμε να προχωρήσουμε στον έλεγχο της υπόθεσης του Fisher. Αρχικά, θα πρέπει να πραγματοποιήσουμε κάποιες προσομοιώσεις για βρούμε την πραγματική κατανομή των εκτιμητών για μικρά δείγματα (τα οποία αποτελούν την περίπτωση μας).

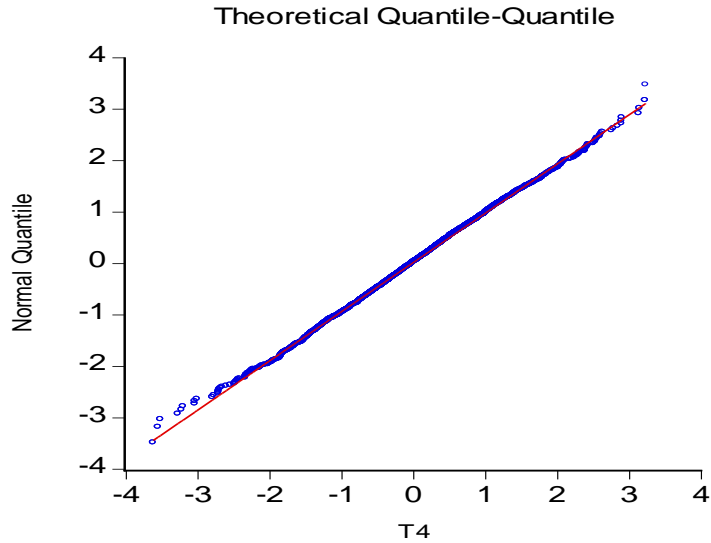
Θα προσομοιώσουμε ένα δείγμα με την δομή των δεδομένων μας και θα υπολογίσουμε την τιμή του στατιστικού και θα επιλέξουμε αυτό το οποίο συμπεριφέρεται καλύτερα ως μια κατανομή  $t$  (η οποία λόγω του πλήθους των βαθμών ελευθερίας συμπεριφέρεται ως μια τυπική κανονική)



Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης ο ADL(1,2,1) συμπεριφέρεται καλύτερα ως κατανεμημένος σαν  $t$

	$\bar{t}$	$sd \bar{t}$	$a_3$	$a_4$	$t_{0,025}$	$t_{0,975}$	Size
ADL(1,2,1)	-0,02810	1,0446	0,0049	3,1438	-2,0482	2,0628	6,1500
Θεωρητικά	0	1	0	3	-1.962	1.962	5





Η εκτίμηση που πήραμε ήταν

$$ADL(1,2,1) : -6,0271$$

Οπότε μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση του Fisher για την Ιρλανδία

Για το Βέλγιο η καταλληλότερη μέθοδος που υποστηρίζει την υπόθεση Fisher είναι η AADL(1,2,1) σύμφωνα με την οποία

	$\bar{t}$	$sd \bar{t}$	$a_3$	$a_4$	$t_{0.025}$	$t_{0.975}$	Size
AADL(1,2,1)	0	,98	,005	2,9487	-1.9741	1.9632	5,2
Θεωρητικά	0	1	0	3	-1.962	1.962	5

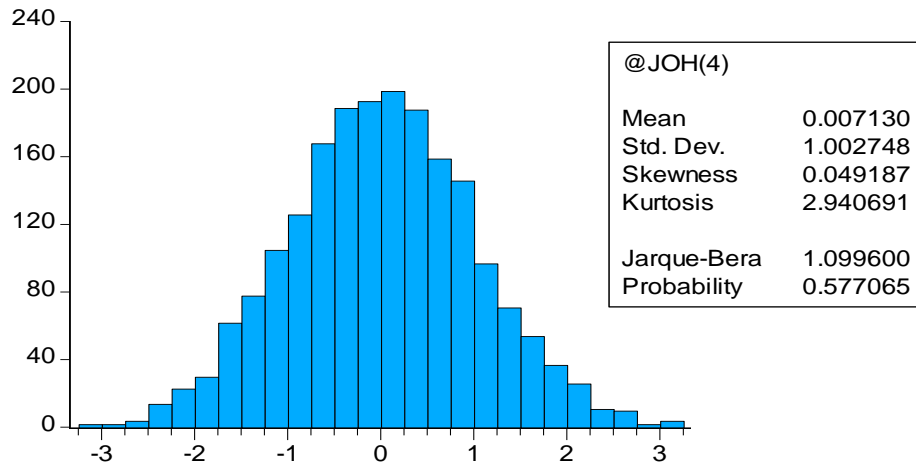
Και ανατρέχοντας στην εκτίμηση βλέπουμε ότι

$$AADL(1,2,1) : -7,4394$$

οπότε και για το Βέλγιο απορρίπτουμε την υπόθεση του Fisher

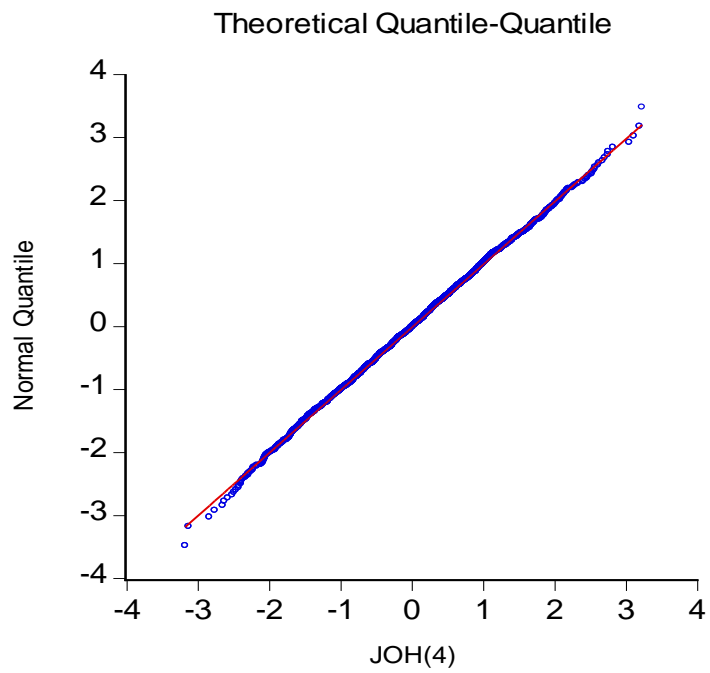
Τέλος, για την Ολλανδία

	$\bar{t}$	$sd \bar{t}$	$a_3$	$a_4$	$t_{0.025}$	$t_{0.975}$	Size
JOH(4)	0	1,0027	,0492	2,9378	-1.9349	2,0083	5,25
Θεωρητικά	0	1	0	3	-1.962	1.962	5



Τελικά, η υπόθεση απορρίπτεται και στην Ολλανδία αφού το στατιστικό του Johansen παίρνει την τιμή

$JOH(4) : -26.8791$



## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ...

Τελικά, δεν καταφέραμε να δεχτούμε την υπόθεση του Fisher για τις τρεις χώρες που εξετάσαμε. Αυτό σημαίνει ότι επιτόκιο και πληθωρισμός δεν κινούνται με μία σχέση 1:1 αλλά με κάποιο άλλο ρυθμό. Επίσης, επιβεβαιώσαμε ότι τη καλύτερη συμπεριφορά από τους εκτιμητές που έχουν προταθεί έχουν οι ADL και οι JOH

---

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική:

1. N. Gregory Mankiew, “Μακροοικονομική Θεωρία” , Τόμοι Α & Β, Αθήνα, Gutenberg 2000.
2. Σημειώσεις (Ασυμπτωτική θεωρία σε μοντέλα συνολοκλήρωσης) του μαθήματος Προχωρημένες Τεχνικές Ανάλυσης Χρονοσειρών στα πλαίσια λειτουργίας του Β΄ εξαμήνου του ΜΔΣ Εφαρμοσμένης Στατιστικής του πανεπιστημίου Πειραιώς.

### Ξένη:

1. Ekaterini Panopoulou, “A Resolution of the Fisher Effect Puzzle: A Comparison of Estimators”, May 2005
2. Terence Mills, *The Econometric Modelling of Financial Time Series* (2<sup>nd</sup> Edition), 1999
3. Zongwu Cai, *Analysis of Time Series Data Using R*, 2006